

Sveučilište u Zagrebu  
Filozofski fakultet  
Odsjek za psihologiju

## **BROJENJE I PREPOZNAVANJE PRAVILNOSTI BROJENJA KOD DJECE**

Diplomski rad

Marija Nadilo

Mentorica: dr.sc. Vesna Vlahović Štetić

Zagreb, 2005.

# SADRŽAJ

<i>Sažetak rada na hrvatskom jeziku</i> .....	1
<i>Sažetak rada na engleskom jeziku</i> .....	2
<b>Uvod</b> .....	3
<i>Načela brojenja</i> .....	3
<i>Što je prvo – načelo ili vještina?</i> .....	4
<i>Istraživanja s lutkama</i> .....	6
<i>Prepoznavanje pravilnosti brojenja u funkciji dobi</i> .....	6
<b>Problemi i hipoteze</b> .....	7
<b>Metodologija</b> .....	8
<i>Varijable</i> .....	8
<i>Sudionici</i> .....	8
<i>Postupak</i> .....	9
<b>Rezultati</b> .....	13
<i>Uspješnost u prepoznavanju pravilnog brojenja s obzirom na dob</i> .....	13
<i>Uspješnost u prepoznavanju nepravilnog brojenja s obzirom na dob</i> .....	14
<i>Razlika u uspješnosti prepoznavanja pravilnog i nepravilnog brojenja</i> .....	15
<i>Razlika između uspješnosti u brojenju elemenata     i prepoznavanju pravilnosti brojenja</i> .....	15
<i>Provjera utjecaja formalnog osnovnoškolskog obrazovanja na uspješnost     u prepoznavanju pravilnog i nepravilnog brojenja</i> .....	16
<b>Rasprava</b> .....	17
<b>Zaključak</b> .....	21
<b>Literatura</b> .....	22

**Naslov:** Brojenje i prepoznavanje pravilnosti brojenja kod djece

**Sažetak:** Osnovna tri načela brojenja su: pridruživanje «jedan prema jedan», ordinalnost i kardinalnost. Aspekti usvojenosti brojenja kod djece promatrani u ovom istraživanju su uspješnost u samom brojenju i prepoznavanje pravilnosti (pravilnog i nepravilnog) brojenja. U ovo istraživanje uključene su tri dobne skupine djece: od 5 do 6, od 6 do 7 i od 7 do 8 godina.

Provjereno je prepoznavanje pravilnosti brojenja u funkciji dobi i razlika između uspješnosti u brojenju i prepoznavanju pravilnosti brojenja. Prema dosadašnjim istraživanjima uspješnosti u poznavanju načela brojenja (Gelman, Meck, 1983; Briars, Siegler, 1984), a u skladu i s Piagetovom teorijom kognitivnog razvoja očekivano je da su djeca starija od 6 godina značajno uspješnija u prepoznavanju pravilnog i nepravilnog brojenja od mlađe djece. Prema modelu «načelo prije vještine» očekivano je da su djeca uspješnija u prepoznavanju pravilnosti brojenja nego u brojenju.

Sva djeca su prošla kroz dva različita zadatka: brojenje elemenata i prepoznavanje pravilnosti brojenja. U situaciji brojenja djeca su brojala setove elemenata. U zadacima je varirana veličina seta elemenata (mali, srednji, veliki) i prostorni raspored elemenata (red, trokut, kružnica, po slučaju).

Kako bismo provjerili uspješnost djece u prepoznavanju pravilnosti brojenja snimljen je kratki film u kojem je lutak Brojko brojao elemente podjednake onima iz prve situacije. Brojao je samo set srednje veličine u različitim prostornim rasporedima (red, trokut, kružnica, po slučaju) i to na četiri moguća načina: potpuno pravilno, narušavajući po jedno od tri načela brojenja.

Rezultati su pokazali da su ispitivana djeca općenito relativno uspješna u prepoznavanju pravilnosti brojenja, te da su djeca mlađa od 6 godina statistički značajno manje uspješna u prepoznavanju pravilnosti brojenja od starije djece. Veća uspješnost djece u brojenju nego u prepoznavanju pravilnosti brojenja nije u skladu s modelom «načelo prije vještine» i ide u prilog tezi o razvoju proceduralnog prije konceptualnog znanja.

**Ključne riječi:** brojenje, prepoznavanje pravilnosti brojenja, dob, Piagetova teorija, model «načelo prije vještine»

**Title:** Counting and counting correctness recognition at children

**Abstract:** The three basic principles of counting are: one-to-one principle, stable order principle and cardinal principle. The adoption aspects of counting at children surveyed in this research are successfulness at counting alone and counting correctness (correct and incorrect) recognition. In this research the three age groups of children are included: from 5 to 6, from 6 to 7 and from 7 to 8 years.

Counting correctness recognition in the age function and difference between successfulness of counting and counting correctness recognition is checked. According to current researches of successfulness in understanding the principles of counting (Gelman, Meck, 1983; Briars, Siegler, 1984) and to accord with Piaget's theory of cognitive development it is expected for children over 6 years to be significantly successful in recognition of correct and incorrect counting than younger children. According to the "principle before skills" model it is expected that children are more successful in counting correctness recognition than in counting.

All children passed the two different tasks: counting the elements and counting correctness recognition. In the counting situation children counted the element sets. The size of element sets (small, medium, large) and layout (array, triangle, circle, randomly) varied in the tasks.

A short film is made in which the puppet Brojko counted the elements similar to the ones from the first situation as a means to check successfulness of children in counting correctness recognition. He counted the medium set only in various layouts (array, triangle, circle, randomly) and in four possible ways: all correct, disturbing each one of three principles of counting.

The results showed that examined children are relative successful in counting correctness recognition and that children younger than 6 years are statistically less successful in counting correctness recognition than the older ones. Higher successfulness of children in counting than in counting correctness recognition is not to accord with the "principle before skills" model and goes on behalf to thesis of procedural knowledge development before conceptual.

**Key words:** counting, counting correctness recognition, age, Piaget's theory, "principle before skills" model

## Uvod

Formalno usvajanje matematičkih vještina i znanja započinje čovjekovim školovanjem. No, i bez istraživanja jasno je da djeca i prije polaska u školu stječu matematička iskustva. Pri polasku u školu djeca vladaju nekim predmatematičkim pojmovima, vještinama i znanjima (Vizek Vidović, Rijavec, Vlahović Štetić, Miljković, 2003). Jedna od bitnih vještina s kojom djeca ulaze u školske klupe jest i brojenje. Vještina brojenja je temeljna za usvajanje nešto složenijih matematičkih vještina i znanja kao uspoređivanje, zbrajanje, oduzimanje i sl.

Brojenje je sastavni dio prvih dječjih aktivnosti i igara. Prisjetimo se samo rituala hranjenja pri kojem roditelji broje zalogaje svojih potomaka ili primjerice odbrojavanja prvih dječjih koraka. Međukulturalna istraživanja pokazuju da zajedničke aktivnosti odraslih i djece gotovo redovito uključuju brojenje, bilo kroz različite igre vezane uz brojeve, bilo u obliku brojalice ili pak jednostavnog prebrojavanja «prstića» (Geary, 1994). Mogli bismo reći da brojenje u tim prvim godinama predstavlja jedan od načina igre i zabave, a time i vrstu komunikacije između djeteta i okoline.

Istraživanja pokazuju da već i šestomjesečne bebe imaju sposobnost razlikovanja skupova predmeta s obzirom na njihovu veličinu (Klein i Starkey, 1987). Gelman i Gallistel (1978; prema Sophian, 1998) nalaze da većina trogodišnjaka broji setove do 10 elemenata.

### *Načela brojenja*

Što zapravo brojenje obuhvaća? Koje uvjete dijete mora zadovoljiti, odnosno koja pravila poštivati, a da bismo za njega ili nju rekli da zna brojati?

Vlahović Štetić i Vizek Vidović (1998) navode da djeca trebaju usvojiti sljedeća matematičko-logička načela kako bi razumjela što znači brojiti:

- Načelo *pridruživanja* «jedan prema jedan» poštujemo kada pri prebrojavanju predmeta u nekom skupu svakom predmetu pridružujemo samo jedan broj.
- Prema načelu *kardinalnosti* posljednji broj koji se izgovori pri brojenju skupa predmeta je kardinalni i označava ukupan broj predmeta u skupu.
- Načelo *ordinalnosti* govori o poretku brojeva, a oni su poredani prema uzlaznom nizu veličine.
- Načelo *izmjerljivosti* uvjetuje međusobnu usporedbu predmeta korištenjem iste dogovorne mjerne jedinice pri usporedbi.
- Prema načelu *konzervacije* broj predmeta u skupu je neovisan o njihovu prostornom rasporedu.

- Načelo *tranzitivnosti* glasi: «Ako je A veće od B, a B veće od C, tada slijedi da je i A veće od C.».
- Pravilo *reverzibilnosti* predstavlja spoznaja o tome koje promjene utječu na količinu, a koje ne.

Gelman i Meck (1986.) navode pak pet načela kojima je potrebno vladati kako bi pravilno brojali: *pridruživanje* «jedan prema jedan», *ordinalnost*, *kardinalnost*, *reverzibilnost* i *konzervacija*. Usporedbom navedenih podjela vidimo da su Gelman i Meck izostavili načelo izmjerljivosti i načelo tranzitivnosti. Zapravo, načela izmjerljivosti i tranzitivnosti odnose se na zadatke uspoređivanja. Uradak u samoj situaciji brojenja elemenata ne ovisi o poštivanju ovih načela. No, ako na brojenje gledamo kao na podlogu za nadogradnju složeniji vještina i znanja, ova načela moraju biti usvojena.

Proučimo li sad preostalih pet načela, mogli bismo reći da će dijete pravilno brojati određeni skup elemenata ukoliko svaki element broji samo jedanput, ako poznaje i poštuje redoslijed brojeva, te ako shvaća da je posljednji broj kojeg izgovori pri brojenju elemenata skupa zapravo kardinalan, tj. predstavlja broj elemenata u tom skupu. Dakle, poštujući načela: *pridruživanja* «jedan prema jedan», *ordinalnosti* i *kardinalnosti*, dijete će skup elemenata pravilno brojati. Za izostavljena dva načela: *konzervacije* i *reverzibilnosti* možemo reći da je njihovo poštivanje nužno za pravilno brojanje u posebnim situacijama, odnosno zadacima (promjena prostornog rasporeda elemenata, promjena udaljenosti među elementima).

Gelman i Meck (1986.) se u svojim istraživanjima brojenja kod djece zadovoljavaju upravo s ova tri gore izdvojena i naglašena načela, te ih nazivaju «kako brojati» načelima (eng. «how-to-count» principles).

Bitno je naglasiti da su sve tri prethodno navedene podjele legitimne s obzirom na razine usvojenosti vještine brojenja koje pojedini autori ističu.

Osnovna pretpostavka u ovom istraživanju je da dijete koje poštuje tri «kako brojati» načela, broji pravilno.

### *Što je prvo – načelo ili vještina?*

U literaturi pronalazimo četiri pristupa odnosa razvoja vještine i koncepta, odnosno proceduralnog i konceptualnog znanja. Biheavioristički gledano razvoj matematičkih vještina prethodi razvoju konceptata. Kognitivisti smatraju da konceptualno znanje prethodi proceduralnom znanju te dovodi do učenja vještina. Baroody i Gingsburg (1986) predlažu interakcijsko djelovanje između vještina i konceptata. Prema njihovom shvaćanju, konceptualno znanje može dovesti do boljeg razumijevanja proceduralnog znanja, a primjena

proceduralnog znanja može dovesti opet do boljeg shvaćanja koncepata. Rittle-Johnson i Siegler (1998) pak smatraju da se proceduralno i konceptualno znanje razvijaju paralelno.

Gelman i Gallistel (prema Nunes i Bryant, 1996) kao cjelokupni zaključak svojih istraživanja osnovnih principa brojenja kod djece od dvije do šest godina, izvode hipotetički model pod imenom «načelo prije vještina» (eng. «principle before skills» model). Zapravo, ovaj model razlikuje tzv. implicitno i eksplicitno brojenje. U kontekstu brojenja implicitno znanje znači mogućnost verbalizacije ili izražavanja načela brojenja (konceptualno znanje), a eksplicitno mogućnost demonstracije poštivanja načela brojenja pri samom brojenju (proceduralno znanje). Prema tom modelu poznavanje načela brojenja prethodi vještini. Zaključuju da iako pri prvim brojenjima djeca rade mnogo pogrešaka, njihovo poznavanje tri osnovna načela nije upitno.

Gelman i Meck (1983) ističu analogiju između usvajanja brojenja i jezika. Naime, prema psiholingvističkoj literaturi djeca usvajaju implicitna znanja jezičnih pravila prije no što usvoje eksplicitno znanje gramatike. Isti autori iznose i dvije skupine dokaza u prilog tome da i mala djeca posjeduju implicitno znanje načela brojenja: opažene pravilne sekvence brojenja i priroda pogrešaka koju djeca čine prilikom brojenja. Primjerice, dvogodišnjaci stvaraju nestandardne liste brojki (npr. 1, 2, 8, 10) koje pri brojenju pravilno primjenjuju (poštujući osnovna načela). Stvaranje takvih nestandardnih lista i njihova pravilna upotreba može se pripisati upravo određenim implicitnim pravilima koja upravljaju djetetovim istraživanjem okoline u potrazi za «listom s kojom se broji».

Glavni protuargument ovog modela je da su u istraživanjima iz kojih je izveden korišteni prelagani zadaci. Naime, istraživanja su rađena na setu elemenata postavljenih u redu. Fuson je (1988; prema Nunes i Bryant, 1996) u istraživanja brojenja kod djece uvela varijablu prostornog rasporeda elemenata, te dokazala da pri rasporedu predmeta različitom od reda (kružnica ili po slučaju) djeca češće krše načelo pridruživanja «jedan prema jedan». Objašnjenje ove činjenice protivno modelu «načelo prije vještina» jest da je dječja uspješnost brojenja elemenata u redu posljedica dječjeg doživljaja brojenja kao ritmičke ponavljajuće aktivnosti, koja je narušena pri drugim prostornim rasporedima. Uspješnost djece je stoga posljedica tek jednostavnosti prostornog rasporeda, a ne poznavanja načela. No, zagovornici modela tvrde da dijete pri rasporedu koji odstupa od reda jednostavno zaboravi koje je elemente već brojalo i zbog toga naruši načelo pridruživanja «jedan prema jedan».

### *Istraživanja s lutkama*

Najsnažniji dokazi da usvajanje načela brojenja prethodi vještini brojenja dolazi iz istraživanja prepoznavanja pogrešaka. Glavni akteri u istraživanjima prepoznavanja pogreške su lutke koje broje, a zadatak djeteta je da prepozna eventualne pogreške. Kako bi bila uspješna u ovim zadacima djeca trebaju imati usvojena načela brojenja, odnosno vladati implicitnim brojenjem.

Dvije skupine autora su se najviše pozabavila ovom vrstom istraživanja: Gelman i Meck (1983) i Briars i Siegler (1984). Rezultati Gelman i Meck (1983) pokazali su veću uspješnost djece u prepoznavanju pogrešaka brojenja od rezultata Briars i Sieglera (1984). Proporcije točnih odgovora se kreću od 95% za trogodišnjake do 96% za četverogodišnjake. Iste vrijednosti su znatno niže prema rezultatima Briars i Siegler (1984) te iznose 35% za trogodišnjake, 65% za četverogodišnjake i 53% za petogodišnjake. Gelman i Meck (1986) su ove velike razlike u rezultatima pripisali različitoj metodologiji. Prije svega razlici u količini razgovora s djetetom na temu što je pogrešno, a što pravilno pri brojenju, te koji se djetetov odgovor uzima u obzir – prvi ili najbolji. Neminovno da su djeca uspješnija u situaciji kada su prije zadatka uključena u raspravu s odraslima o tome što je pogrešno i pravilno u brojenju. Ako je u postupku istraživanja predviđeno da dijete za jedan zadatak daje više odgovora, te se u obzir uzima najbolji jasno je da će tada uspješnost biti veća nego kada u obzir uzimamo djetetov prvi i jedini odgovor.

### *Prepoznavanje pravilnosti brojenja u funkciji dobi*

Ukupno gledajući možemo reći da djeca u dobi od četiri godine poznaju neke brojke i izgovaraju ih kao sekvence, ali su relativno neuspješna u poznavanju osnovnih načela brojenja. Djeca od pet i šest godina su značajno bolja u poštivanju načela brojenja (prema Nunes i Bryant, 1996). No, rezultati već spomenutih istraživanja jasno pokazuju koliko rezultati o poznavanju načela brojenja ovise o metodologiji istraživanja. Na uspješnost djece u prepoznavanju pogreške brojenja bitno utječu karakteristike situacije u kojoj se mjerenje odvija. Stoga, valja biti oprezan pri donošenju generaliziranih zaključaka o prepoznavanju pogrešaka brojenja vezanih za određenu dobnu skupinu. Međutim, ukoliko sudionici svih dobnih skupina prođu podjednaku situaciju mjerenja, mogući su zaključci o razlikama s obzirom na dob.

Zasigurno najpoznatiji i najznačajniji kognitivističko-razvojni model je onaj pionira dječje psihologije Jeana Piageta. Prema Piagetovom shvaćanju sva djeca prolaze kroz iste stupnjeve kognitivnog razvoja jednakim redoslijedom. Svaki stupanj kvalitativno je različit



oblik funkcioniranja, i strukture koje su svojstvene svakom stupnju određuju djetetov uradak u širokom rasponu situacija. Periodi kognitivnog razvoja prema redoslijedu pojavljivanja su: senzomotorički (do 2 godine), predoperacijski (od 2 do 6 godina), period konkretnih (od 6 do 11 godina) i period formalnih operacija (od 11 godina) (Vasta, Haith i Miller, 1998). Konceptcija struktura koje određuju djetetov uradak uklapa se i u opću ideju kognitivista da konceptualno znanje prethodi proceduralnom znanju te dovodi do učenja vještina.

### **Problemi i hipoteze**

Provedena mjerenja dio su šireg istraživanja, a u okviru ovog rada postavljeni su sljedeći problemi.

*- Provjeriti postoje li razlike u uspješnosti u prepoznavanju pravilnog i nepravilnog brojenja s obzirom na dob.*

S obzirom na dosadašnja istraživanja (Gelman, Meck, 1983; Briars, Siegler, 1984) i Piagetovu teoriju stupnjeva generirali smo ove hipoteze:

- Pretpostavljamo da će djeca u dobi od 6 do 7 i od 7 do 8 godina biti podjednako uspješna u prepoznavanju pravilnog i nepravilnog brojenja.
- Pretpostavljamo da će djeca od 5 do 6 godina biti statistički značajno manje uspješna od djece starijih skupina u prepoznavanju pravilnog i nepravilnog brojenja.

*- Provjeriti postoji li razlika u uspješnosti prepoznavanja pravilnog i nepravilnog brojenja.*

Pretpostavljamo da nema statistički značajne razlike između uspješnosti prepoznavanja pravilnog i nepravilnog brojenja.

*- Provjeriti postoji li statistički značajna razlika u brojenju elemenata i ukupnom prepoznavanju pravilnosti brojenja.*

U skladu s modelom «načelo prije vještina» Gelman i Gallistela (prema Nunes i Bryant, 1996) očekujemo da će djeca biti uspješnija ili s obzirom na dob ispitanika barem podjednako uspješna u prepoznavanju pravilnosti brojenja nego u brojenju.

## Metodologija

### Varijable

*Dob* – sudionici su s obzirom na dob podijeljeni u tri skupine. *Mlađu* skupinu čine djeca od 5 do 6 godina starosti ( $N = 29$ ), *srednju* djeca od 6 do 7 godina ( $N = 33$ ), a *stariju* djeca od 7 do 8 godina ( $N = 26$ ). Svi sudionici mlađe skupine su polaznici vrtića, u srednjoj skupini je 23 polaznika vrtića i 10 učenika 1. razreda, a u starijoj su svi učenici 1. razreda osnovne škole.

*Brojenje elemenata* – djetetovo poštivanje osnovna 3 načela brojenja pri brojenju 3 veličine seta elemenata postavljenih u 4 različita prostorna rasporeda. Rezultati u ovoj varijabli se kreću od 0 do 36.

*Prepoznavanje pravilnosti brojenja elemenata* čine dvije razine mjerenja:

- *prepoznavanje pravilnog brojenja* (prepoznavanje točnosti brojenja )
- *prepoznavanje nepravilnog brojenja* (prepoznavanje narušenosti osnovnih načela brojenja).

Lutak kojega su djeca promatrala brojio je elemente na 4 načina:

- (a) potpuno pravilno poštujući tri načela brojenja,
- (b) narušavajući načelo pridruživanja «jedan prema jedan»,
- (c) narušavajući načelo ordinalnosti,
- (d) narušavajući načelo kardinalnosti.

Za svaki način brojenja zadana su 4 zadatka različita s obzirom na prostorni raspored elemenata.

Rezultat u *prepoznavanju pravilnog brojenja* čine odgovori djeteta pri promatranju potpuno pravilnog brojenja (a) i kreće se od 0 do 4.

Rezultat u *prepoznavanju nepravilnog brojenja* čine odgovori djeteta pri promatranju brojenja pri kojima su narušena tri osnovna načela (b, c, d) i kreće se od 0 do 12.

### Sudionici

U istraživanju je sudjelovalo 94 djece - 54 iz dječjeg vrtića "Travno" u Zagrebu i 40 iz osnovne škole "Gustav Krklec" u Zagrebu.

Iz obrade je zbog nevaljanih rezultata izostavljeno 6 sudionika.

Uzorak čini 55 dječaka i 33 djevojčice.

Za sudjelovanje u istraživanju zatražena je pismena dozvola roditelja, te posebna suglasnost škole i vrtića.

Eksperimentatorice su bile studentice viših godina Filozofskog fakulteta u Zagrebu, Odsjeka za psihologiju, koje su bile posebno educirane za provedbu mjerenja.

## **Postupak**

Podaci su prikupljeni tijekom travnja i svibnja 2004. godine u prostorijama dječjeg vrtića "Travno" u Zagrebu i osnovne škole "Gustav Krklec" u Zagrebu.

Mjerenja su obavljena individualno u dvije različite situacije. U jednoj situaciji eksperimentatorica je djetetu zadavala zadatke i bilježila djetetove odgovore (situacija A). U drugoj situaciji djetetu je na ekranu prijenosnog računala prezentiran snimljeni materijal u kojem lutka obavlja podjednake zadatke kao i dijete u situaciji A, a dijete prema uputama eksperimentatorice promatra lutka i odgovara na pitanja koja postavlja eksperimentatorica (situacija B).

### *Situacija A*

*Materijal:* mali (6, 7), srednji (13, 14) i veliki (20, 21) setovi samoljepivih papirića zalijepljenih na kartonske predloške u četiri različita oblika (red, trokut, kružnica i po slučaju), sheme položaja papirića za svaki prostorni raspored, protokoli za odgovore.

Svakom djetetu su prezentirani setovi papirića postavljenih u različite prostorne rasporede: red, trokut, kružnica, po slučaju. Osim prostornih rasporeda varirana je i veličina seta papirića: mali (6, 7), srednji (13, 14), veliki (20, 21).

Prvo je prezentiran mali zatim srednji, pa veliki set. Unutar svakog seta papirića određene veličine po ispitaniku je variran sam broj papirića, a ukupan broj mogućih kombinacija unutar svakog seta iznosio je šest. Tako su na primjer moguće kombinacije unutar malog seta: 6-6-7-7, 6-7-6-7, 6-7-7-6, 7-7-6-6, 7-6-7-6, 7-6-6-7.

Svakom djetetu setovi određene veličine se prezentiraju prema po slučaju određenoj kombinaciji broja papirića. A kombinacija malog seta je analogna kombinacijama srednjeg i velikog. Dakle, svakom djetetu se prezentiraju papirići prema jednoj od 6 mogućih kombinacija redoslijeda broja:

- 1) mali set (M): 6-6-7-7, srednji set (S): 13-13-14-14, veliki set (V): 20-20-21-21;
- 2) M: 6-7-6-7, S: 13-14-13-14, V: 20-21-20-21;
- 3) M: 6-7-7-6, S: 13-14-14-13, V: 20-21-21-20;
- 4) M: 7-7-6-6, S: 14-14-13-13, V: 21-21-20-20;
- 5) M: 7-6-7-6, S: 14-13-14-13, V: 21-20-21-20;

6) M: 7-6-6-7, S: 14-13-13-14, V: 21-20-20-21.

Pri rasporedu ovih 6 mogućih kombinacija vodi se računa i o dobi djeteta. Pa se svaka od ovih kombinacija pojavljuje podjednak broj puta unutar svake dobne skupine.

Prije prezentacije prvog seta elemenata, eksperimentatorica djetetu pokazuje «posebne» papiriće koji se mogu odlijepiti i zalijepiti.

Dijete i eksperimentatorica sjede za stolom jedno nasuprot drugog. Eksperimentatorica pred dijete prvo stavlja predložak na kojem je set od 6 papirića postavljenih u red.

Zamoli dijete da na glas prebroji papiriće na način da prstićem pokazuje kako ih broji, a zatim ga/ju pita koliko je tu papirića.

Dok dijete obavlja zadatak, eksperimentatorica pažljivo promatra i u protokol bilježi tri aspekta djetetovog uratka:

- (a) broji li svaki papirić samo jedanput – poštuje li načelo pridruživanja «jedan prema jedan»,
- (b) broji li pravilnim redoslijedom (1, 2, 3, 4...) - poštuje li načelo ordinalnosti
- (c) je li broj kojeg je dijete na kraju odgovorilo jednak zadnjem broju u nizu koje je dijete izgovorilo pri brojenju papirića – poštuje li načelo kardinalnosti.

Za poštivanje svakog od tri načela prilikom brojenja u pojedinim zadacima, dijete dobiva po jedan bod. Na primjer, za ovaj zadatak dijete koje broji svaki papirić samo jedanput i to pravilnim redoslijedom, a djetetov konačni odgovor je jednak zadnjem broju u nizu kojeg je izgovorilo pri brojenju dobiva tri boda. Ako prekrši jedno od načela dva boda, a ako prekrši sva tri načela nula bodova.

Zatim eksperimentatorica na stol postavlja predložak sa 6 papirića postavljenih u obliku trokuta. Zadatak za dijete je isti, eksperimentatorica bilježi odgovore. Idući postavljeni predložak sastoji se od 7 papirića postavljenih u kružnicu. Nakon što obavi i ovaj zadatak, eksperimentatorica pred dijete stavlja predložak sa 7 papirića raspodijeljenih po slučaju.

Time je završena prezentacija malog seta papirića, slijede setovi srednje veličine (13, 14) i veliki setovi (20, 21). Eksperimentatorica također bilježi djetetove odgovore vodeći računa o već navedena tri aspekta djetetova uratka.

Ako dijete pogriješi u brojenju svih rasporeda unutar jednog seta, eksperimentatorica mu ne zadaje setove višeg reda. Dakle, dijete koje pogriješi u sva četiri prezentirana skupa papirića malog seta, ne dobiva u zadatak srednji i veliki set, kao što ni dijete koje je griješilo u cijelom srednjem setu, ne dobiva veliki set. Maksimalan ukupan broj mjerenja po djetetu iznosi 12, a u svakom mjerenju dijete može dobiti maksimalno tri boda (poštivanje tri načela brojenja).

### *Situacija B*

*Materijal:* cd, prijenosna računala, diktafoni, protokoli za odgovore.

*Opis snimljenog materijala:* Maska-rukavica (vrsta lutke koja se navlači na ruku glumca) je glavni lik. Na početku predstavlja samog sebe kao lutka Brojka. Pred njega su postavljeni predlošci s papirićima kao i u situaciji A. Njegov zadatak je podjednak djetetovom zadatku u situaciji A, a zadaje ga glas jedne od eksperimentatorica. Dakle, lutak na glas broji i istovremeno pokazuje papiriće. I na kraju brojenja ga se također pita da kaže koliko je tu papirića.

Lutak broji setove od 13 ili 14 papirića postavljenih u četiri različita prostorna rasporeda: red, trokut, kružnica i po slučaju. Za svaki raspored papirića varirane su moguće pogreške brojenja:

- (a) lutak ne pravi nijednu pogrešku (pravilno brojenje);
- (b) dok istovremeno pokazuje na svaki papirić i broji, jednom papiriću pridruži dvije brojke a jedan papirić preskoči (narušeno načelo pridruživanja «jedan prema jedan»);
- (c) brojke niže pogrešnim redoslijedom (narušeno načelo ordinalnosti);
- (d) kad ga se pita za broj papirića lutak kaže drukčiju brojku od posljednje navedene pri brojenju (narušeno načelo kardinalnosti).

Ukupan broj mjerenja u ovoj situaciji iznosi 16 (četiri vrste prostornih rasporeda; pravilno brojenje i tri vrste pogrešaka).

Redoslijed pogreški koje čini lutak varira se po slučaju. Postoje 24 moguće kombinacije redoslijeda pogreški (abcd, abdc, acbd, acdb, adbc, adcb, bacd, badc, bcad, bcda, bdac, bdca, cabd, cadb, cbad, cbda, cdab, cdba, dabc, dacb, dbac, dbca, dcab, dcba). Budući da ukupan broj mjerenja po djetetu iznosi 16, svakom djetetu se prezentira jedan od 6 predviđenih redoslijeda pogreški:

- (1) papirići u redu (R): abcd, u trokutu (T): bacd, u kružnici (K): cabd, po slučaju (S): dabc;
- (2) T: abdc, K: badc, S: cadb, R: dacb;
- (3) K: acbd, S: bcad, R: cbad, T: dbac;
- (4) S: acdb, R: bcda, T: cbda, K: dbca;
- (5) R: adbc, T: bdac, K: cdab, S: dcba;
- (6) T: adcb, K: bdca, S: cdba, R: dcba.

Dijete sjedeći sa eksperimentatoricom promatra snimljeni materijal. Prije prezentacije eksperimentatorica djetetu govori o lutku Brojku i napominje da iako on voli brojati, ponekad u tome i pogriješi te da je njegov/njezin zadatak da otkrije pogrešku. Nakon svakog brojenja lutka eksperimentatorica pita dijete: «Je li Brojko napravio kakvu grešku?». Ako dijete

odgovori da jest, eksperimentatorica ga dalje pita može li objasniti kako je to lutak pogriješio i što je zapravo trebao napraviti. Zbog kodiranja odgovora važno je naglasiti na djetetov odgovor: «Da – Brojko je pogriješio.» je točan odgovor u zadacima kada Brojko narušava jedan od principa brojenja, ali nije točan u zadacima kada Brojko broji pravilno. Obratno, naravno, vrijedi kada je djetetov odgovor: «Ne – brojko nije pogriješio.». Bodovanje u ovoj situaciji se vrši na način da dijete za svaki svoj točan odgovor na pitanje: «Je li Brojko napravio kakvu grešku?» dobiva po jedan bod. U ovoj situaciji mjeri se prepoznavanje pravilnog brojenja (kroz četiri prostorna rasporeda) i prepoznavanje nepravilnog brojenja, koje se sastoji se od prepoznavanja narušenosti po jednog od tri načela brojenja (također kroz sva četiri prostorna rasporeda). Stoga, u ovoj situaciji broj mjerenja iznosi 16, a u svakom od njih dijete može dobiti po jedan bod.

Sve djetetove odgovore eksperimentatorica bilježi u individualni protokol. Cijeli postupak snimljen je diktafonom.

U okviru ovog diplomskog rada u obradu su uzeti uradci ispitanika u situaciji A i rezultati dobiveni u situaciji B i to samo odgovori koji se odnose na prepoznavanje pogreške koju je lutak eventualno učinio prilikom brojenja, a ne i objašnjenja u čemu je pogriješio.

## Rezultati

Podaci koji su obuhvaćeni statističkom obradom su:

*brojenje* – ukupan dječji uradak u situaciji A za 3 veličine seta, 4 prostorna rasporeda i 3 načela brojenja (0 - 36);

*prepoznavanje pravilnog brojenja* – ukupnost dječjih odgovora o pravilnosti brojenja u situaciji B za slučajeve kada lutak broji potpuno pravilno za 4 prostorna rasporeda (0 - 4);

*prepoznavanje nepravilnog brojenja* - ukupnost dječjih odgovora o pravilnosti brojenja u situaciji B za slučajeve kada lutak pri brojenju narušava jedno od 3 načela brojenja za 4 prostorna rasporeda (0 - 12).

U tablici 1 nalaze se aritmetičke sredine i standardne devijacije rezultata brojenja, prepoznavanja pravilnog i prepoznavanja nepravilnog brojenja izračunate ukupno i s obzirom na tri dobne skupine.

*Tablica 1.*

Rezultati brojenja, prepoznavanja pravilnog i nepravilnog brojenja s obzirom na dob

Dobne skupine		Mlađa (od 5 do 6 godina) N = 26	Srednja (od 6 do 7 godina) N = 33	Starija (od 7 do 8 godina) N = 29	Ukupno N = 88
<i>Brojenje</i>	<i>M</i>	30.31	33.18	34.48	32.76
	<i>SD</i>	6.846	3.486	1.455	4.634
<i>Prepoznavanje pravilnog brojenja</i>	<i>M</i>	2.58	3.46	3.48	3.21
	<i>SD</i>	0.148	0.151	0.148	1.126
<i>Prepoznavanje nepravilnog brojenja</i>	<i>M</i>	8.35	10.21	11.28	10.01
	<i>SD</i>	3.826	2.697	1.066	2.940

*M* – aritmetička sredina; *SD* – standardna devijacija

Prije statističkih analiza podataka provjerili smo normalitet distribucija rezultata u promatranim varijablama. Kolmogrov-Smirnovljev test je pokazao da distribucije rezultata za brojenje, prepoznavanje pravilnog i nepravilnog brojenja statistički značajno odstupaju od normalne distribucije. Time je obrada ograničena na neparametrijske testove.

### *Uspješnost u prepoznavanju pravilnog brojenja s obzirom na dob*

U tablici 2 prikazana je uspješnost djece u prepoznavanju pravilnog brojenja s obzirom na dob u obliku postotaka.

Tablica 2.

*Uspješnost djece u prepoznavanju pravilnog brojenja s obzirom na dob*

Dobne skupine	Mlađa (od 5 do 6 godina)	Srednja (od 6 do 7 godina)	Starija (od 7 do 8 godina)
Prepoznavanje pravilnog brojenja	64%	86%	87%
Broj ispitanika	26	33	29

Vjerojatnost da dijete slučajnim pogađanjem kaže točan odgovor iznosi 0.5 (lutak je pogriješio/lutak nije pogriješio). Uspješnost prepoznavanja pravilnog brojenja u svim dobnim skupinama prelazi 50%. Dakle, ukupno gledajući točnost dječjih odgovora je veća od slučajne.

Kako bismo odgovorili na problem o postojanju statistički značajnih razlika između tri dobne skupine u prepoznavanju pravilnog brojenja proveli smo Mann – Whitneyev testove. Vrijednosti Mann – Whitneyeva testa pokazuju da se starija i srednja skupina statistički značajno ne razlikuju u prepoznavanju pravilnog brojenja ( $Z = -0.041$ ;  $p = .967$ ). Srednja i starija skupina se statistički značajno razlikuju u prepoznavanju pravilnog brojenja od mlađe skupine (mlađa – srednja:  $Z = -2.319$ ;  $p = .020$ ; mlađa – starija:  $Z = -2.277$ ;  $p = .023$ ). Naime, srednja i starija su statistički značajno uspješnije u prepoznavanju pravilnog brojenja od mlađe skupine.

*Uspješnost u prepoznavanju nepravilnog brojenja s obzirom na dob*

U tablici 3 prikazana je uspješnost djece u prepoznavanju nepravilnog brojenja s obzirom na dob u obliku postotaka. Vjerojatnost da dijete slučajnim pogađanjem kaže točan odgovor i za varijabli prepoznavanje nepravilnog brojenja iznosi 0.5 (lutak je pogriješio/lutak nije pogriješio). Uspješnost prepoznavanja nepravilnog brojenja u svim dobnim skupinama prelazi 50%. Dakle, ukupno gledajući točnost dječjih odgovora i za prepoznavanje nepravilnog brojenja je veća od slučajne.



Tablica 3.

*Uspješnost djece u prepoznavanju nepravilnog brojenja s obzirom na dob*

Dobne skupine	Mlađa (od 5 do 6 godina)	Srednja (od 6 do 7 godina)	Starija (od 7 do 8 godina)
Prepoznavanje nepravilnog brojenja	71%	85%	95%
Broj ispitanika	26	33	29

Pri odgovoru na problem o postojanju statistički značajnih razlika između tri dobne skupine u prepoznavanju nepravilnog brojenja izračunali smo Mann – Whitneyev testove. Vrijednosti Mann – Whitneyeva testa pokazuju da se starija i srednja skupina statistički značajno ne razlikuju u prepoznavanju nepravilnog brojenja ( $Z = -1.570$ ;  $p = .116$ ). Srednja i starija skupina se statistički značajno razlikuju u prepoznavanju nepravilnog brojenja od mlađe skupine (mlađa – srednja:  $Z = -2.015$ ;  $p = .044$ ; mlađa – starija:  $Z = -3.246$ ;  $p = .001$ ). Naime, srednja i starija su statistički značajno uspješnije u prepoznavanju nepravilnog brojenja od mlađe skupine.

#### *Razlika u uspješnosti prepoznavanja pravilnog i nepravilnog brojenja*

Moguće vrijednosti rezultata za varijablu *prepoznavanje pravilnog brojenja* kreću se od 0 do 4, a moguće vrijednosti rezultata za varijablu *prepoznavanje nepravilnog brojenja* od 0 do 12. Kako bismo rezultate u ove dvije varijable mogli uspoređivati, sve rezultate u varijabli *prepoznavanje nepravilnog brojenja* podijelili smo s 3.

Wilcoxonov test ekvivalentnih parova pokazao je da ne postoji statistički značajna razlika u uspješnosti *prepoznavanja pravilnog* od *nepravilnog brojenja* ( $Z = -1.043$ ;  $p = .297$ ).

#### *Razlika između uspješnosti u brojenju elemenata i prepoznavanju pravilnosti brojenja*

Zadaci brojenja zadani su u tri veličine seta elemenata (mali, srednji, veliki), a zadaci prepoznavanja pravilnosti samo na setu srednje veličine. Kako bismo provjerili postoji li razlika u uspješnosti brojenja i prepoznavanja pravilnosti brojenja, uspješnost prepoznavanja brojenja usporedili smo sa uspješnošću u zadacima brojenja seta elemenata srednje veličine, ali i s ukupnim rezultatom u svim zadacima brojenja.

Moguće vrijednosti rezultata za varijablu *brojenja* kreću se od 0 do 36, a ako u obzir uzmemo samo odgovore u zadacima na setu elemenata srednje veličine vrijednosti rezultata u varijabli *brojenja* se kreću od 0 do 12. Moguće vrijednosti rezultata u varijabli *prepoznavanje pravilnosti brojenja* kreću se od 0 do 16. Kako bismo mogli međusobno uspoređivati rezultate u ovim varijablama, sve rezultate u varijabli *brojenja* uzimajući u obzir ukupno na svim veličinama seta podijelili smo s 9, rezultate u varijabli *brojenja* na setu srednje veličine s 3, a u varijabli *prepoznavanje pravilnosti brojenja* sa 4.

Wilcoxonov test ekvivalentnih parova pokazao je da su djeca statistički značajno uspješnija u *brojenju* nego u *prepoznavanju pravilnosti brojenja* i kada u obzir uzmemo rezultate u brojenju na sve tri veličine seta elemenata ( $Z = -4.594$ ;  $p = .000$ ) i kada u obzir uzmemo rezultate brojenja samo na setu srednje veličine ( $Z = -2.131$ ;  $p = .033$ )

#### *Provjera utjecaja formalnog osnovnoškolskog obrazovanja na uspješnost prepoznavanja pravilnog i nepravilnog brojenja*

Mlađa i starija skupina ispitivane djece su «čiste» s obzirom na vrstu ustanove koju pohađaju. Naime, u mlađoj su svi polaznici vrtića, a u starijoj učenici prvog razreda osnovne škole. Za provjeru utjecaja ustanove koju djeca pohađaju zanimljiva je srednja skupina koju čine i djeca koja pohađaju vrtić ( $N = 10$ ) i osnovnoškolci ( $N = 23$ ).

Vrijednosti Mann – Whitneyeva testa pokazuju da ne postoji statistički značajna razlika u *prepoznavanju pravilnog brojenja* između polaznika vrtića i učenika prvog razreda unutar srednje dobne skupine ( $Z = -0.757$ ;  $p = .524$ ). Isti test je pokazao da su učenici 1. razreda statistički značajno uspješniji u *prepoznavanju nepravilnog brojenja* ( $Z = -3.416$ ;  $p = .000$ ).

## Rasprava

U dosadašnjim istraživanjima prepoznavanja pogreške brojenja (Gelman, Meck, 1983; Briars, Siegler, 1984) sudjelovala su djeca u dobi od tri do pet godina. Kao posljedica različitog postupka, spomenuta istraživanja pokazala su bitno različite rezultate. Gelman i Meck (1983) su izvijestili o devedesetpostotnoj uspješnosti, a Briars i Siegler (1984) o maksimalnoj uspješnosti od 50 % za najstariju ispitanu dobnu skupinu.

Ovim istraživanjem obuhvaćena su djeca nešto starijih dobnih skupina (od pet do osam godina). Korišteni postupak je sličniji postupku kojeg su osmislili Briars i Siegler (1984). Naime, ispitanici prije mjerenja nisu uključivani u raspravu s odraslima o tome što je pravilno, a što pogrešno u brojenju. Prije zadatka prepoznavanja pravilnosti brojenja svi ispitanici su sudjelovali u zadatku brojenja koji je bio identičan zadatku kojeg je obavljao promatrani lutka Brojko. Kako za prvi zadatak (situaciju A) djeca nisu dobila nikakvu povratnu informaciju, smatramo da ta situacija nije utjecala na promatrane rezultate (situacija B).

S obzirom na dob ispitanika i primijenjeni postupak, a u skladu s rezultatima Briarsa i Sieglera (1984), očekivana razina uspješnosti u prepoznavanju pravilnosti brojenja za sve dobne skupine je iznad 50%. Rezultati su to i potvrdili, te je uspješnost ispitanika u prepoznavanju pravilnog brojenja 64%, nepravilnog 71% za mlađu skupinu, prepoznavanje pravilnog 85%, nepravilnog brojenja 86% za srednju, te 87% za prepoznavanje pravilnog i 96% za prepoznavanje nepravilnog brojenja za stariju skupinu.

Važno je naglasiti da su ovakvi rezultati dobiveni na relativno težim zadacima. Elementi koje je lutka Brojko brojao postavljeni su u nekoliko različitih prostornih rasporeda. Osim uobičajenog rasporeda u redu, korišten je i raspored u obliku trokuta, kružnice i raspored po slučaju. Raspored elemenata različit od reda u zadatke s brojenjem prva je uvela Fuson (1988; prema Nunes i Bryant, 1996), tvrdeći da su zadaci brojenja elemenata u redu prejednostavni.

Što se tiče broja elemenata, u zadacima prepoznavanja pravilnosti brojenja korišten je set srednje veličine, tj. setovi od 13 i 14 elemenata. Ova veličina seta elemenata slična je veličinama korištenima u uspoređivanim istraživanjima (Gelman, Meck, 1983; Briars, Siegler, 1984).

U nacrtu istraživanja predvidjeli smo dvije razine varijable prepoznavanje pravilnosti brojenja – prepoznavanje pravilnog i nepravilnog brojenja. Važno je istaknuti da varijabla prepoznavanje nepravilnog brojenja obuhvaća prepoznavanje tri pogreške – narušavanje

načela pridruživanja «jedan prema jedan», narušavanje načela ordinalnosti, narušavanje načela kardinalnosti.

Neparametrijska statistička obrada podataka pokazala je da su svi ispitanici podjednako uspješni i u prepoznavanju pravilnog i nepravilnog brojenja ( $Z = -1.043$ ;  $p = .297$ ). Dakle, djeca su podjednako uspješna u detektiranju pogrešaka pri brojenju i prepoznavanju pravilnog brojenja. Ovakav rezultat dodatno ide u prilog dječje uspješnosti jer potvrđuje da odgovori nisu davani po slučaju. Naime, rezultati u varijabli prepoznavanja nepravilnog brojenja dobiveni su na temelju više zadatka, nego rezultati u varijabli prepoznavanje pravilnog brojenja. Pitanje u svim zadacima je glasilo: «Je li Brojko napravio kakvu grešku?». Ukoliko bi ispitanici odgovore davali po slučaju ova razlika bi bila statistički značajna.

U fokusu zanimanja ovog rada su dobne razlike u prepoznavanju pravilnosti brojenja. Kao podlogu očekivanjima dobnih razlika uzeli smo često spominjanu Piagetovu teoriju. Općenito, Piagetova razvojna razdoblja su: razdoblje senzomotoričke inteligencije (obuhvaća šest podstupnjeva), razdoblje preoperacionalnog mišljenja (obuhvaća dva podstupnja – razvoj uloge simbola, jezičnog, pretpojmovnog i transduktivnog mišljenja i zorno mišljenje), razdoblje konkretnih operacija, razdoblje formalnih operacija (Bugge, 2002).

Dobne skupine koje smo ispitali obuhvaćene su s dva Piagetova perioda razvoja: predoperacijski i period konkretnih operacija. O dobnim granicama pojedinih razdoblja u različitim izvorima nalazimo različite informacije. Dobna granica promatrana dva razvojna stupnja je 6 godina (Vasta, Haith i Miller, 1998) odnosno 7 godina (Bugge, 2002). S obzirom da je Piaget često podcjenjivao dječju sposobnost (Vasta, Haith i Miller, 1998), mi smo se priklonili nižoj dobnjoj granici. U skladu s tim možemo reći da djeca naše mlađe skupine pripadaju Piagetovom predoperacijskom razvojnom razdoblju. Ovo razdoblje drugo je razvojno razdoblje u Piagetovoj podjeli, a počinje od 2. godine. Važno obilježje ovog perioda u odnosu na prethodni senzomotorički je pojava sposobnosti predočivanja, odnosno simboličke funkcije – sposobnosti upotrebe neke stvari (kao što je mentalna slika ili riječ) kao simbola za predodžbu o čemu drugom. Period koji slijedi je period konkretnih operacija u kojem dijete postupno savladava različite oblike konzervacije, te počinje shvaćati različite vidove razvrstavanja i odnosno rasuđivanje (Vasta, Haith i Miller, 1998). Periodu konkretnih operacija pripadaju djeca naše srednje i starije skupine. Dvije operacije koje Piaget izdvaja kao karakteristike razdoblja konkretnih operacija su klasifikacija i serijacija. Klasifikacija ili inkluzija klasa odnosi se na sposobnost djeteta da stvara hijerarhijske sustave podređenih i nadređenih klasa, a u skladu s reverzibilnosti kojom se, također, odlikuje ovo razdoblje, dijete se s nadređene klase može vratiti na potklasu itd. Serijacija obuhvaća sposobnost slaganja, tj.

nizanja elemenata prema određenom kriteriju, primjerice prema veličini. Koordinacija inkluzije klasa i serijacije, prema Piagetu, stvara «operativnu cjelinu» koja omogućuje da se sustav brojeva sve više odvaja i postaje neovisan o strukturi opažanja (Buggle, 2002).

Primijenimo sad opise sposobnosti karakterističnih za pojedine razvojne periode na zadatke prepoznavanja pravilnosti brojenja korištene u našem istraživanju. Usvajanje samih brojki pretpostavlja usvajanje jezika kojeg Piaget definira kao arbitrarno-konvencionalni i socijalni sustav znakova (Buggle, 2002). Možemo, dakle, reći da je simbolička funkcija važan preduvjet općenito za pojavu brojenja elementa kod djece, te da brojenje ima smisla istraživati kod djece od 2 godine pa na više, kada ulaze u predoperacijski period. Ispitivana djeca u mlađoj skupini pripadaju drugom, naprednijem podstupnju predoperacionalnog mišljenja, koji se smatra prijelaznom fazom za period konkretnih operacija. Stoga, opravdano je očekivati da su relativno uspješna u prepoznavanju pravilnosti brojenja. S obzirom pak na karakteristike konkretnog mišljenja i težinu korištenih zadataka (zahtjevniji prostorni rasporedi elementa), očekivano je da su djeca srednje i starije skupine uspješnija u primijenjenim zadacima prepoznavanja pravilnosti brojenja od mlađe skupine.

Rezultati statističke obrade prikupljenih podataka u skladu su sa iznesenim očekivanjima. Uspoređujući uradak u zadacima prepoznavanja pravilnog brojenja dobili smo da postoji statistički značajna razlika s obzirom na dob. Statistički su značajno manje uspješna djeca mlađe skupine u dobi od 5 do 6 godina u odnosu na srednju od 6 do 7 godina ( $Z = -2.319$ ;  $p = .020$ ) i stariju skupinu od 7 do 8 godina ( $Z = -2.277$ ;  $p = .023$ ). Djeca srednje i starije skupine su podjednako uspješna u prepoznavanju pravilnog brojenja ( $Z = -0.041$ ;  $p = .967$ ). Rezultati u prepoznavanju nepravilnog brojenja s obzirom na dob, analogni su rezultatima u prepoznavanju pravilnog brojenja. Starija i srednja skupina se statistički značajno ne razlikuju u prepoznavanju nepravilnog brojenja ( $Z = -1.570$ ;  $p = .116$ ). Mlađa skupina je statistički značajno manje uspješna u prepoznavanju nepravilnog brojenja od srednje ( $Z = -2.015$ ;  $p = .044$ ) i starije skupine ( $Z = -3.246$ ;  $p = .001$ ).

Dakle, djeca u Piagetovom periodu konkretnih operacija uspješnija su u prepoznavanju pravilnosti brojenja od djece predoperacionalnog mišljenja, iako su i ona relativno uspješna u spomenutom zadatku.

Međutim, djeca koja su sudjelovala u istraživanju osim prema dobi razlikovala su se i prema još jednom faktoru za koji možemo pretpostaviti da utječe na razvoj usvojenosti brojenja – vrsti ustanove koju pohađaju. Naime, možemo pretpostaviti da djeca uključivanjem u formalno obrazovanje, tj. polaskom u osnovnu školu se sve više uvježbavaju u brojenju. Stoga, smo provjerili utječe li i vrsta ustanove koju dijete pohađa na uspješnost u

prepoznavanju pravilnog i nepravilnog brojenja. Pri provjeri utjecaja ovog faktora ograničili smo se na rezultate djece u srednjoj skupini s obzirom da ju čine i djeca iz vrtića i učenici 1. razreda. Statistička obrada je pokazala da ne postoji značajna razlika u prepoznavanju pravilnog brojenja između polaznika vrtića i učenika prvog razreda unutar srednje dobne skupine ( $Z = -0.757$ ;  $p = .524$ ), ali da su učenici 1. razreda statistički značajno uspješniji u prepoznavanju nepravilnog brojenja ( $Z = -3.416$ ;  $p = .000$ ). Ovakve rezultate možemo pripisati činjenici da djeca pri formalnom poučavanju matematike češće koriste brojenje od djece koja još nisu krenula u školu. Na taj način učenici prvog razreda postaju veći «eksperti» od vršnjaka koji su polaznici vrtića, te zadacima prepoznavanja pravilnosti brojenja vjerojatno pristupaju s većom kritičnošću i lakše i bolje prepoznaju pogreške. Sam zadatak prepoznavanja pravilnosti brojenja je neuobičajen, pa je moguće da su djeca koja nisu formalno poučavana matematiku sklonija davanju odgovora po slučaju. Stoga, utjecaj formalnog poučavanja na prepoznavanje nepravilnog, a ne i na prepoznavanje pravilnog brojenja može biti djelomično posljedica i toga što su rezultati u varijabli prepoznavanja nepravilnog brojenja dobiveni na temelju više zadatka, nego rezultati u varijabli prepoznavanje pravilnog brojenja

Odgovori na do sada raspravljane probleme ovog istraživanja ne pridonose bitno raspravi o odnosu konceptualnog i proceduralnog znanja. U tom svjetlu zasada jedino možemo reći da djeca u dobi od 5 godina relativno dobro prepoznaju pravilnost brojenja, odnosno vladaju načelima brojenja. No, značajan napredak događa se nakon 6 godina, kada djeca načelima brojenja vladaju sigurnije, te postižu gotovo stopostotnu uspješnost u prepoznavanju pravilnosti brojenja. Ovaj napredak osim dobi, djelomično možemo pripisati i uključivanju u sustav formalnog obrazovanja.

Kako bi odgovorili na pitanje odnosa razvoja načela i vještine brojenja, trebamo usporediti rezultate djece u zadacima brojenja i zadacima prepoznavanja pravilnosti brojenja. Ispitivana djeca su statistički značajno uspješnija u brojenju nego u prepoznavanju pravilnosti brojenja ( $Z = -4.594$ ;  $p = .000$ ). Veća uspješnost djece u samom brojenju (proceduralno znanje) od prepoznavanja pravilnosti brojenja (konceptualno znanje) više ide u prilog biheviorističkog stajališta nego u prilog modela «načelo prije vještina». No, kako bi se do kraja razjasnio odnos razvoja vještine i koncepta, potrebna je provjera promatranih varijabli s obzirom na dob, a u buduća istraživanja bilo bi dobro uključiti djecu mlađu od djece uključene u ovo istraživanje. S obzirom na rezultate razmatrane u okviru ovog rada, preporuka za daljnja istraživanja u području brojenja je da se u istraživanja uključuju djeca već od 3 – 4 do 7 godina starosti. Za ovu raspravu, također, biti će zanimljivi i longitudinalni rezultati, te razlike

u uratku s obzirom na dob u težim i lakšim zadacima, a jedan od faktora težine je primjerice prostorni raspored elemenata.

## **Zaključak**

Cilj ovog rada bio je provjeriti razlike u uspješnosti prepoznavanja pravilnog i nepravilnog brojenja u funkciji dobi. Rezultati pokazuju da su djeca starija od 6 godina statistički značajno uspješnija od mlađe djece u prepoznavanju pravilnog i nepravilnog brojenja. Naši nalazi uklapaju se i u okvire Piagetove teorije kognitivnog razvoja. Naime, navedena dobna granica od 6 godina predstavlja granicu između Piagetova razdoblja predoperacionog mišljenja i razdoblja konkretnih operacija. Nadalje, rezultati pokazuju da su djeca uspješnija u brojenju nego u prepoznavanju pravilnosti brojenja, što ne podupire postavke modela «načelo prije vještine».

## **Literatura**

Baroody, A.J. i Ginsburg, H.P. (1986). The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. U: J. Hiebert (Ur.), Conceptual and procedural knowledge of mathematic, 75-112, Hillsdale:Erlbaum.

Briars, D. i Siegler, R.S. (1984). A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology*, Vol. 20 (4), 607 – 618.

Buggle, F. (2002). Razvojna psihologija Jeana Piageta. 71-96, Jastrebarsko: Naklada Slap

Geary, D.C (1994). Children's mathematical development: Research and practical applications. Washington, DC, US: American Psychological Association.

Gelman, R. i Meck, E (1983). Preschoolers' counting: Principles before skill. *Cognition*, 13, 343 – 359.

Gelman, R. i Meck, E. (1986). The notion of principle: The Case of counting. U: J. Hiebert (Ur.), Conceptual and procedural knowledge of mathematic, 29 - 57, Hillsdale:Erlbaum.

Klein, A i Starkey, P. (1987). The origins and development of numerical cognition: A comparative analysis. U: J.A Sloboda i D Rogers, (Ur.) *Cognitive processes in mathematics*. Oxford: Claredon Press.

Nunes, T. i Bryant, P. (1996). Children doing mathematics. 21-44, Oxford: Blackwell Publishers Ltd..

Rittle-Johnson, B. i Siegler, R.S. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review of the literature. U: C. Donlan (Ur.), *The development of mathematical skills*, 75-110. Hove, East Sussex England: Psychology Press.



Sophian, C. (1998). A developmental perspective on children's counting. U: C. Donlan (Ur.), The development of mathematical skills, 27 - 46. Hove, East Sussex England: Psychology Press.

Vasta, R, Haith, M.M. i Miller, S.A. (1998). Dječja psihologija. 253–301, Jastrebarsko: Naklada Slap.

Vizek Vidović, V, Rijavec, M, Vlahović Štetić, V. i Miljković, D. (2003). Psihologija obrazovanja. 393, Zagreb: IEP : VERN

Vlahović Štetić, V, Vizek Vidović, V. (1998). Kladim se da možeš...- psihološki aspekti početnog poučavanja matematike – priručnik za učitelje. 14-16, Zagreb: Udruga roditelja "Korak po korak"